

Πρόβλημα 1: Σε ένα ίσιο δρόμο υπάρχουν 2021 σπίτια στη σειρά. Κάθε σπίτι είναι αριθμημένο με ένα νούμερο. Είναι αλήθεια πως το νούμερο κάθε σπιτιού (εκτός του πρώτου και του τελευταίου), είναι το άθροισμα των αριθμών στα δύο γειτονικά σπίτια. Ο αριθμός στο μεσαίο σπίτι είναι το 17 και ο αριθμός στο δεύτερο σπίτι από δεξιά είναι το 23. Να βρείτε το γινόμενο των αριθμών στο πρώτο σπίτι από δεξιά και του πρώτου σπιτιού από αριστερά.

Πρόβλημα 2: Σε κάθε μία κορυφή ενός 2020-γώνου τοποθετείται ένας αριθμός από το 1 μέχρι το 2020 ώστε οι αριθμοί κάθε δύο κορυφών που ενώνονται με μία πλευρά του 2020-γώνου να διαφέρουν κατά 1. Να βρείτε την πιθανότητα μια διαγώνιος του 2020-γώνου να συνδέει δύο κορυφές όπου το άθροισμα των αριθμών όπου είναι σημειωμένες να είναι περιττός αριθμός.

Πρόβλημα 3: Έχουμε 150 αριθμημένους κύκλους, όπου ο κάθε ένας περιέχει ακριβώς έναν διαφορετικό φυσικό αριθμό από το 1 μέχρι το 150. Ο κάθε κύκλος πρόκειται να χρωματιστεί με μόνο ένα χρώμα, από τα χρώματα πράσινο, κόκκινο και κίτρινο.

(α) Σε μία περίπτωση πρέπει όλα τα χρώματα να χρησιμοποιηθούν τουλάχιστον μία φορά. Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορεί να γίνει αυτό;

(β) Σε μία άλλη περίπτωση ισχύει ότι δεν πρέπει να υπάρχει πράσινος κύκλος όπου το άθροισμα των ψηφίων του αριθμού όπου είναι αναγραμμένος να είναι τέλειο τετράγωνο. Επίσης δεν πρέπει να υπάρχει κόκκινος κύκλος όπου ο αριθμός όπου είναι αναγραμμένος να είναι πρώτος αριθμός. Αν όλοι οι κύκλοι πρέπει να χρωματιστούν με κάποιο χρώμα, με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορείτε να επιτύχετε αυτή τη διαδικασία;

Πρόβλημα 4: (α) Δίνεται ένα κουτί σχήματος ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου όπου το άθροισμα όλων των ακμών του είναι 48cm (όλες οι ακμές του έχουν ακέραιο μέτρο). Ποιος είναι ο μέγιστος αριθμός από σφαίρες ακτίνας 0,5cm που μπορούν να τοποθετηθούν μέσα στο κουτί;

(β) Δίνεται ένα ορθογώνιο με το μήκος του να είναι διπλάσιο από το πλάτος του και να έχει εμβαδόν 200cm². Μέσα σε αυτό τοποθετούνται μερικοί κύκλοι ακτίνας 1cm ώστε να εφάπτονται μεταξύ τους αλλά να μην επικαλύπτονται μεταξύ τους και να μην εξέχουν από το ορθογώνιο. Ποιο είναι το ελάχιστο εμβαδόν της περιοχής του ορθογώνιου όπου δεν θα καλύπτεται από κανένα από τους κύκλους;