

Πρόβλημα 1: Δίνεται ένα τετράγωνο $ABΓΔ$ πλευράς a . Έστω M το μέσο του $BΓ$. Έστω σημείο T πάνω στην AD ώστε το τμήμα AT να είναι διπλάσιο από το τμήμα $TΔ$. Έστω σημείο K πάνω στην AB ώστε το τμήμα AK να είναι τριπλάσιο από το τμήμα BT . Δίνεται επίσης σημείο $Λ$ πάνω στην $ΓΔ$ όπου το τμήμα $ΓΛ$ είναι τετραπλάσιο από το τμήμα $ΛΔ$. Να υπολογίσετε τον λόγο του εμβαδού και το λόγο των περιμέτρων του τετραγώνου $ABΓΔ$ και του τετράπλευρου $ΛMKT$ συναρτήσει του a .

Πρόβλημα 2: Κάθε ένα παιδί πρέπει να επιλέξει ένα από τα τετράδια χρώματος πράσινο, κόκκινο, κίτρινο, μπλε, άσπρο και μαύρο. Επίσης κάθε παιδί πρέπει να επιλέξει και από ένα χρώμα τσάντας, από τα χρώματα κόκκινο, κίτρινο, πράσινο, μωβ και μπλε. Τέλος κάθε παιδί πρέπει να επιλέξει και από ένα χρώμα κασετίνας από τα χρώματα μπλε, κίτρινο και κόκκινο. Κάθε παιδί πήρε και τα τρία αντικείμενα σε διαφορετικό χρώμα. Πόσους διαφορετικούς συνδυασμούς κασετίνας – τσάντας- τετραδίου μπορεί να επιλέξει ένα παιδί;

Πρόβλημα 3: Ποιο είναι το άθροισμα όλων των πενταψηφίων αριθμών όπου αποτελούνται από διαφορετικά ψηφία;

Πρόβλημα 4: Δίνεται ένα τετράγωνο πλευράς n όπου n ένας ακέραιος θετικός αριθμός. Φέρουμε $n - 1$ κάθετες και $n - 1$ οριζόντιες γραμμές χωρίζοντας έτσι το μεγάλο τετράγωνο σε n^2 μοναδιαία τετραγωνάκια. Επίσης σε κάθε μικρό μοναδιαίο τετραγωνάκι μπαίνει το «1» ή το « -1 » ώστε κάθε δύο τετραγωνάκια που μοιράζονται μία ίδια πλευρά να έχουν διαφορετικό αριθμό πάνω τους. Σε όλα τα τετράγωνα ανεξαρτήτου μεγέθους στο σχήμα υπολογίζεται το άθροισμα όλων των αριθμών που βρίσκονται στα μοναδιαία τετράγωνα που περιέχουν. Αν το άθροισμα των αριθμών που βρίσκονται στα μοναδιαία τετραγωνάκια όλων των τετραγώνων ανεξαρτήτου μεγέθους συνολικά είναι 0 , να αποδείξετε ότι :

(α) Το n είναι άρτιο.

(β) Σε περίπτωση όπου το n ήταν περιττό, τότε το νέο άθροισμα θα ήταν

$$\frac{n+1}{2} \text{ ή } \frac{-(n+1)}{2}$$