

**Πρόβλημα 1:** Να βρείτε όλες τις τριάδες θετικών ακεραίων  $(a, b, c)$  όπου:

$$a! + b^2 = c! + 8$$

**Πρόβλημα 2:** Θεωρούμε τους διαφορετικούς μεταξύ τους θετικούς ακεραίους  $(a, b, c)$ . Να αποδείξετε ότι:

$$a^3 + a^2 + b^2 + c^2 > abc + 8$$

**Πρόβλημα 3:** Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο  $AB\Gamma$  περιμέτρου  $1\text{cm}$ . Έστω  $C_1$  ο περιγεγραμμένος κύκλος του τριγώνου  $AB\Gamma$ . Δίνεται επίσης το εγγεγραμμένο ορθογώνιο  $\Delta EZH$  του κύκλου  $C_1$  με το μήκος του να είναι διπλάσιο του πλάτους του  $\Delta E > EZ$ . Από το  $E$  φέρουμε κάθετη  $EI$  πάνω στην διαγώνιο  $\Delta Z$  (το  $I$  είναι σημείο πάνω στην  $\Delta Z$ ). Από το  $I$  φέρουμε κάθετη  $IK$  πάνω στην  $\Delta E$ . Έστω  $C_2$  ο εγγεγραμμένος κύκλος του τριγώνου  $EIK$ . Να βρείτε τον λόγο των ακτινών των κύκλων  $C_1$  και  $C_2$ .

**Πρόβλημα 4:** Να βρείτε όλους τους θετικούς ακεραίους αριθμούς όπου, όταν διαιρεθούν με το άθροισμα των ψηφίων τους το πηλίκο αυτής της διαίρεσης ισούται με τον κύβο του υπόλοιπου αυτής της διαίρεσης.