

Πρόβλημα 1: Θεωρούμε τους θετικούς πραγματικούς αριθμούς x, y και z . Να υπολογίσετε την ελάχιστη τιμή της παράστασης:

$$\frac{x^2 + 4y^2}{y\sqrt{xz}} + \frac{y^2 + 4z^2}{z\sqrt{xy}} + \frac{z^2 + 4x^2}{x\sqrt{yz}} + x^2 + y^2 + z^2$$

Πρόβλημα 2: Δίνεται συνάρτηση $f(x)$ που ορίζεται για κάθε πραγματικό αριθμό x και ισχύει:

$$f(x) = x^1 + x^2 + x^3 + x^4 + \dots + x^{992} + x^{993} + x^{994}.$$

Σας δίνεται ο αριθμός: $A: f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(992) + f(993) + f(994)$.

Να εξετάσετε αν ο αριθμός A διαιρείται με το 6 και βρείτε το τελευταίο ψηφίο του A .

Πρόβλημα 3: Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ περιμέτρου 1cm . Έστω C_1 ο περιγεγραμμένος κύκλος του τριγώνου $AB\Gamma$. Δίνεται επίσης το εγγεγραμμένο ορθογώνιο $DEZH$ του κύκλου C_1 με το μήκος του να είναι διπλάσιο του πλάτους του $DE > EZ$. Από το E φέρουμε κάθετη EI πάνω στην διαγώνιο DZ (το I είναι σημείο πάνω στην DZ). Από το I φέρουμε κάθετη IK πάνω στην DE . Έστω C_2 ο εγγεγραμμένος κύκλος του τριγώνου EIK . Να βρείτε τον λόγο των ακτινών των κύκλων C_1 και C_2 .

Πρόβλημα 4: Θεωρούμε τέσσερεις θετικούς ακέραιους (m, n, k, p) με p πρώτο και τον τριψήφιο αριθμό n να προκύπτει με την αντιστροφή των ψηφίων του αριθμού m . Να βρείτε το πλήθος των τετράδων (m, n, k, p) αν ισχύει ότι:

$$m - n = p^k$$